

数学問題

(医学部医学科)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、問題文を含む5枚の解答用紙と2枚の計算用紙があります。試験開始後、問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
3. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の計算用紙は持ち帰ってください。
5. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

計算用紙 (1)

計 算 用 紙 (2)

数 学

医 1

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

- 1 xy 平面上で, 自然数 n に対し単位円上の点 $(\cos(\sqrt{2}\pi n), \sin(\sqrt{2}\pi n))$ を P_n とおく。以下の問いに答えよ。
- (1) 自然数 n と m が異なるならば, 点 P_n と P_m は異なることを示せ。
- (2) $x \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$ の範囲に属する点 P_n は無限に多く存在することを示せ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏名	
----	--

医 2

受験 番号	
----------	--

- 2 関数 $f(x) = xe^{-x}$ について以下の問いに答えよ。
- (1) すべての実数 x について、不等式 $f(x) \leq \frac{1}{e}$ が成り立つことを証明せよ。
 - (2) 曲線 $y = f(x)$ と 2 直線 $x = 0, y = \frac{1}{e}$ で囲まれた部分 D の面積を求めよ。
 - (3) (2) の D を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

医 3

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

3 $t = \cos \theta$ とする。自然数 n について、ド・モアブルの定理 $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ が成り立つことにより $\cos n\theta$ を t の n 次多項式として表すことができる。この多項式を $f_n(t)$ とし、変数 t についての $f_n(t)$ の導関数を $f'_n(t)$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) $f_6(t)$ を求めよ。

(2) 自然数 m について $f_{2m}(t)$ の t^{2m} の係数を求めよ。

(3) $f_n(t)^2 + (1 - t^2) \left\{ \frac{1}{n} f'_n(t) \right\}^2 = 1$ が成り立つことを示せ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

- 4 $a^2 + b^2 = c^2$ を満たす 3 つの自然数 a, b, c の組 (a, b, c) を考える。以下の問いに答えよ。
- (1) a と b の差は 1 であり, b と c の差が 1 であるとき (a, b, c) の組をすべて求めよ。
- (2) b は 2 の累乗であり, b と c の差が 1 であるとき (a, b, c) の組をすべて求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

医 5

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

5 四面体 $OABC$ において $\triangle ABC$ の重心を G とし、 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とする。辺 OC 上に点 P をとり、 $\vec{OP} = t\vec{c}$ ($0 < t < 1$) とする。さらに $\triangle ABP$ と線分 OG との交点を X とし、 $\vec{OX} = s\vec{OG}$ ($0 < s < 1$) とする。
このとき以下の問いに答えよ。

- (1) \vec{PX} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} と t , s を用いて表せ。
- (2) 2点 P , X を結ぶ直線と線分 AB との交点 M が線分 AB の中点であることを証明せよ。
- (3) $\triangle OMC$ において2点 C , X を結ぶ直線と線分 OM との交点を N とする。 $NX : XC = 2 : 5$ のとき t と s の値を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--