’19

前期日程

物　理

（理 工 学 部）

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は１冊(13頁)，解答用紙は３枚，下書用紙は１枚です。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合には申し出てください。
3. 氏名と受験番号は解答用紙の所定の欄に記入してください。
4. 解答は指定の解答用紙に記入してください。
5. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
6. 問題冊子と下書用紙は持ち帰って下さい。

1 図1のように，水平な床面上に，質量 M の台が置かれ，さらにその上に，質量 m の小球が置かれている。台は，厚さと材質が均一な底板と壁からできている。台の底板は水平であり，両端の壁は底板に対して垂直であり，左右の壁の間の距離は $2l$ である。台と小球は，水平方向にのみ運動するとし，また，小球の大きさは無視できるとする。床上に右向きを正の向きとして x 軸をとり，台の位置は，両端の壁から距離 l の位置の x 座標，すなわち，台の重心の x 座標で表す。床，台，小球の間に摩擦はなく，空気抵抗は無視できるとする。以下の問(1)～(13)に答えよ。

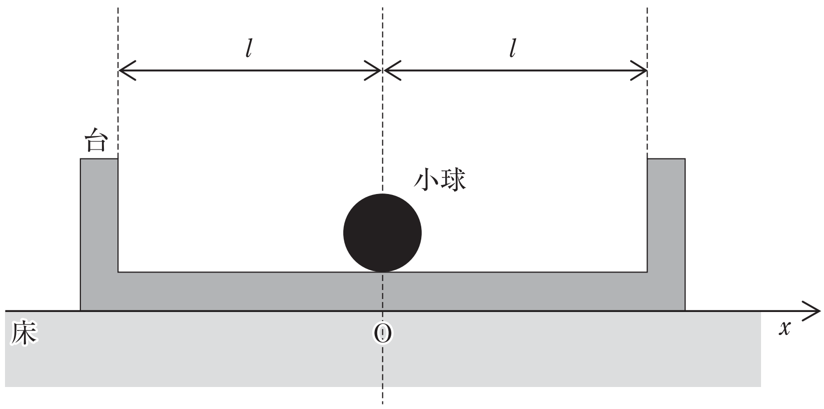

図1

【Ⅰ】 以下の問(1)～(6)では，台は床に固定されていないものとする。

最初，台と小球の位置はどちらも $x = 0$ とし，小球のみを x 軸の正の向きに初速度の大きさ v $(v > 0)$ で打ち出した。小球を打ち出した直後，台は静止したままであった。台の壁と小球の間の反発係数を e $(0 < e < 1)$ とする。以下の問(1)～(6)について，M，m，e，v，l のうち必要なものを用いて答えよ。

小球は運動を開始した後，右側の壁に衝突した（１回目の衝突）。以下の問(1)～(4)に答えよ。

(1)　１回目の衝突直後の床に対する小球の速度を求めよ。

(2)　１回目の衝突直後の床に対する台の速度を求めよ。

(3)　１回目の衝突直後の小球が，床に対して，x 軸の負の向きに進むためには，小球の質量 m が

$$m < \boxed{}$$

を満たさなければならない。空欄 $\boxed{}$ に入る適切な式を答えよ。

(4)　１回目の衝突直後における小球と台の力学的エネルギーの和は，衝突の直前と比べて減少する。その減少の大きさを求めよ。

１回目の衝突の後，小球は台の左側の壁に衝突した（２回目の衝突）。以下の問(5)に答えよ。

(5)　１回目の衝突直後から２回目の衝突直前の間に，台が床面上を移動した距離を求めよ。

さらに，小球が台の左右の壁と衝突を繰り返した。以下の問(6)に答えよ。

(6)　衝突を繰り返すと，小球と台の床に対する速度は同じ値に近づいていく。その値を求めよ。

【Ⅱ】 図２に示すように，小球と両端の壁の間を，質量の無視できるばね２本でつないだ。ばねは両方とも，ばね定数は k，自然長は l とする。ここで，台と小球の位置がどちらも $x = 0$ のとき，ばねは，どちらも自然長の状態となる。また，小球の変位は，ばねの自然長に比べて十分小さく，小球が両端の壁に衝突することはないものとする。

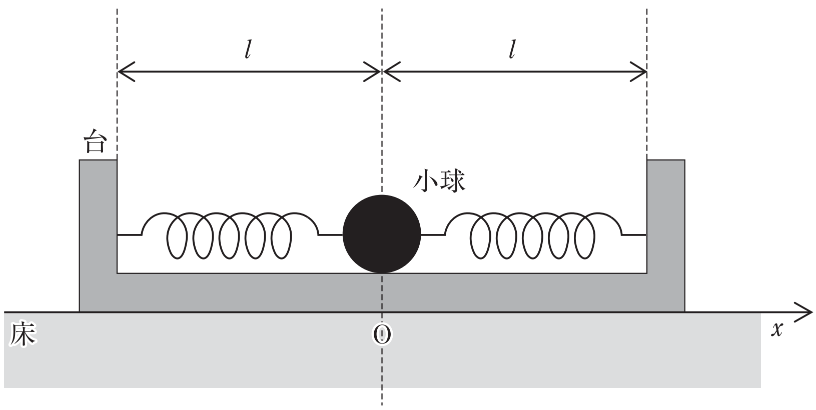

図２

以下の問(7)〜(11)では，台を $x = 0$ の位置に固定している。

小球を $x = d\,(d > 0)$ の位置から，初速度の大きさ０で運動を開始させたところ，小球は水平方向に振動した。以下の問(7)〜(11)について，m，k，d のうち必要なものを用いて答えよ。

(7) 小球の位置が $x = d$ のとき，左側のばねが小球に及ぼす力の大きさと向きを求めよ。向きは，「x 軸正の向き」，「x 軸負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。

(8) 小球の位置が $x = d$ のとき，右側のばねが小球に及ぼす力の大きさと向きを求めよ。向きは，「x 軸正の向き」，「x 軸負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。

(9)　小球の位置が $x = d$ のとき，左右のばねが小球に及ぼす力の合力の大きさと向きを求めよ。向きは，「x 軸正の向き」，「x 軸負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。

(10)　小球が $x = 0$ を通過するときの，床に対する小球の速さを求めよ。

(11)　小球の振動の周期を求めよ。

次に，台の固定を外し，台が床面上を運動できるようにする。

小球を $x = d$ の位置から，台を $x = 0$ の位置から，ともに初速度の大きさ 0 で，同時に運動を開始させた。以下の問(12)，(13)に答えよ。

(12)　小球と台の位置が一致したときの，床に対する小球と台の速さを，それぞれ，M，m，d，k を用いて表せ。

(13)　この運動中，台と小球を合わせた全体の重心の位置は変わらない。この性質を利用して，小球の位置が $x = X$ のときの，台の位置を，M，m，d，X を用いて表せ。

2 以下の【Ⅰ】,【Ⅱ】について設問に答えよ。ただし，座標の単位はメートル(m)とする。

【Ⅰ】 真空中に図1のように位置$(-r,\ 0,\ 0)$に電気量Q[C]の荷電粒子A，位置$(r,\ 0,\ 0)$に電気量$-Q$[C]の荷電粒子Bが置かれている。ただし$r>0$，$Q>0$である。また，位置$(0,\ r,\ 0)$に点S，位置$\left(\dfrac{r}{2},\ 0,\ 0\right)$に点Tをとる。

クーロンの法則の比例定数をk[$\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$]とし，地磁気および重力の影響は無視できるものとする。また，無限遠点を電位の基準点(電位0)とする。以下の問いに答えよ。

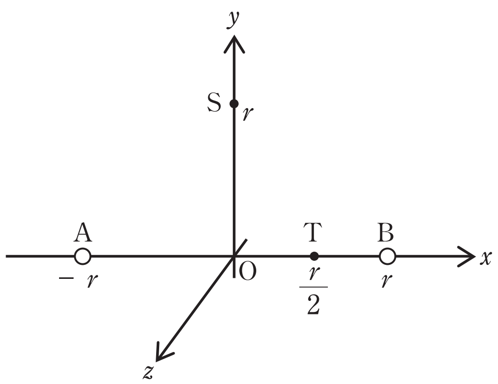

図1

(1) 点Sの電位を求めよ。

(2) 点Tにおける電場の大きさと向きを求めよ。向きは「x軸正の向き」，「x軸負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。

さらに，点Sに，質量m[kg]，電気量q[C]の荷電粒子Pを置く。ただし$q>0$である。

(3) 点Sにある荷電粒子Pが，荷電粒子A，Bから受けるクーロン力の合力のx成分，y成分，z成分を求めよ。

⑷ 次に，荷電粒子 P を点 S から原点 O まで移動させた。この間に荷電粒子 A，B からのクーロン力の合力が荷電粒子 P にした仕事を求めよ。

⑸ 荷電粒子 P を原点 O から初速度の大きさ 0 で静かにはなしたところ，荷電粒子 P は荷電粒子 A，B からのクーロン力のみを受けて，x 軸正の向きに動き出した。荷電粒子 P が点 T を通過する瞬間の速度の大きさを，k，m，q，Q，r を用いて表せ。

【Ⅱ】 真空中に図2および図3に示すように，一辺の長さが b[m]の正方形の薄い平板状の4枚の極板，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳが yz 平面に平行に，極板の中心が x 軸上にあるように置かれている。各極板間の間隔は，ⅠとⅡの間，および，ⅢとⅣの間が d[m]，ⅡとⅢの間が $2d$[m]となっており，座標軸の原点Oは極板Ⅱと極板Ⅲから等距離の位置にある。極板ⅠとⅣはスイッチ S_1 と抵抗 R[Ω]を含む回路で電圧 V[V]の直流電源につながれている。また極板Ⅱと極板Ⅲはスイッチ S_2 と抵抗 R[Ω]を含む回路でつながれている。各平板電極が作る電場は，各電極にはさまれた領域以外にはもれ出ておらず，領域の端の近くでも極板に垂直であり，極板間に誘電体を挿入したとしても同様であるとする。また，真空の誘電率は ε_0[$C^2/(N\cdot m^2)$]であり，地磁気および重力の影響は無視できるものとする。

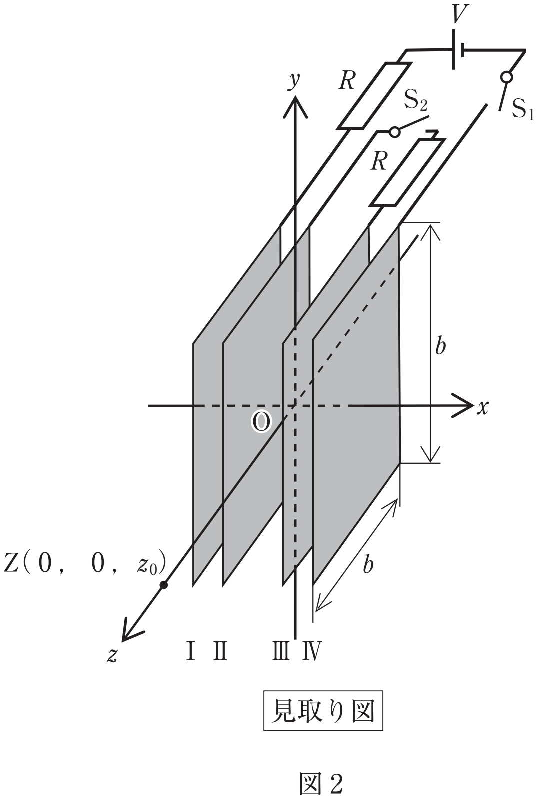

図2

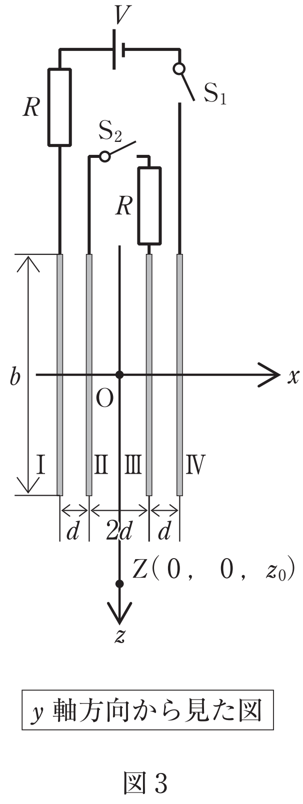

図3

最初，スイッチ S_1，S_2 はともに開いており，また各極板は帯電していなかった。スイッチ S_1 のみを閉じ，電荷が蓄えられるのに十分な時間が経過した後，スイッチ S_1 を開いた。以下の問(6)，(7)に答えよ。

(6) 極板Ⅰと極板Ⅱの間の電位差を求めよ。

(7) 極板Ⅲと極板Ⅳの間の電場の大きさを求めよ。

z 軸上$(0,\ 0,\ z_0)$の位置に点Zをとる。ただし $z_0 > \dfrac{b}{2}$ である。質量 m[kg]，電気量 q[C]$(q > 0)$で，大きさを無視できる荷電粒子を，点Zから z 軸負の向きに初速度の大きさ v_0[m/s]で射出したところ，荷電粒子は極板に衝突することなく，極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜けた。射出した荷電粒子による極板が作る電場への影響はないとして，荷電粒子が極板間の領域を通り抜けた直後，すなわち荷電粒子の z 座標が $z = -\dfrac{b}{2}$ となったときについて，以下の問(8)，(9)に答えよ。

(8) このときの荷電粒子の x 座標を，b，d，m，q，v_0，V を用いて表せ。

(9) このときの荷電粒子の速度の大きさを，b，d，m，q，v_0，V を用いて表せ。

次に，スイッチ S_1 を開いたままの状態で，極板Ⅰと極板Ⅱの間，および極板Ⅲと極板Ⅳの間の領域を満たすように，底面が極板と同じ一辺 b の正方形で厚さ d の板状の誘電体を1枚ずつ挿入した。ただし，誘電体の比誘電率は ε_r である。以下の問⑽，⑾に答えよ。

⑽　極板Ⅰと極板Ⅱの間の電位差を求めよ。

⑾　質量 m，電気量 q で，大きさを無視できる荷電粒子を，点Zから z 軸負の向きに，初速度の大きさ v_1[m/s]で射出する。荷電粒子が極板に衝突することなく，極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜けるためには，

$$v_1 > \boxed{\text{(ア)}}$$

である必要がある。$\boxed{\text{(ア)}}$ に入る最も適切な式を b，d，m，q，V を用いて表せ。なお，射出した荷電粒子による極板の作る電場への影響はないとする。

続いて，極板Ⅰと極板Ⅱの間，および極板Ⅲと極板Ⅳの間の誘電体は挿入したままで再びスイッチ S_1 を閉じた。以下の問⑿に答えよ。

⑿　十分時間が経過した後の極板Ⅰと極板Ⅱの間の電位差を求めよ。

さらに，スイッチ S_1 を閉じた状態のままスイッチ S_2 も閉じた。以下の問⒀〜⒃に答えよ。

⒀　スイッチ S_2 を閉じた直後，極板Ⅱと極板Ⅲをつなぐ回路に電流が流れた。この電流はどちら向きに流れたか。以下の(a)，(b)より適切なものを選び，記号で答えよ。

(a)　極板Ⅱから極板Ⅲの向きに流れた。

(b)　極板Ⅲから極板Ⅱの向きに流れた。

⒁　スイッチ S_2 を閉じて十分時間が経過した後の極板Ⅰと極板Ⅱの間の電位差を求めよ。

⒂　スイッチ S_2 を閉じて十分時間が経過した後の極板Ⅰと極板Ⅱで構成されるコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーを，ε_0，ε_r，b，d，V を用いて表せ。

⒃　スイッチ S_2 を閉じて十分時間が経過した後，質量 m，電気量 q で，大きさを無視できる荷電粒子を，点Zから z 軸負の向きに，問⑾で求めた $\boxed{\text{(ア)}}$ に等しい大きさの初速度で射出する。射出した荷電粒子による極板の作る電場への影響はないとして，このときの荷電粒子の軌道についての説明として適切なものを，以下の(a)〜(e)より１つ選び，記号で答えよ。

(a)　極板Ⅱに近づくように曲がり，極板Ⅱに衝突する。

(b)　極板Ⅱに近づくように曲がるが，極板Ⅱに衝突することなく極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜ける。

(c)　極板Ⅲに近づくように曲がり，極板Ⅲに衝突する。

(d)　極板Ⅲに近づくように曲がるが，極板Ⅲに衝突することなく極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜ける。

(e)　z 軸上を直進し，極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜ける。

3 図1のように，断熱材で作られた箱の中に密度 ρ [kg/m^3] の液体があり，そこに円筒形の容器が底面を上にして浮かんでいる。容器の底面は水平に，側面は鉛直に保たれている。容器の内側には単原子分子理想気体が n [mol] 入っていて，その重さは無視できる。容器の外側には十分希薄な気体があり，その圧力および熱容量は無視できる。箱の底にはヒーターがついていて，液体の温度と容器の内側の気体の温度を調整できる。

容器の質量は m [kg]，底面積は S [m^2] で，容器の底面と側面の厚さは無視できる。図1のように，最初，容器外の液面から容器の底面までの高さは h [m] であった。

重力加速度の大きさを g [m/s^2]，気体定数を R [J/(mol・K)] とする。単原子分子理想気体の定積モル比熱は $\frac{3}{2}R$ である。以下では，容器の内側の気体の，重力による位置エネルギーの変化は無視できる。液体は蒸発せず，液体の体積は一定である。

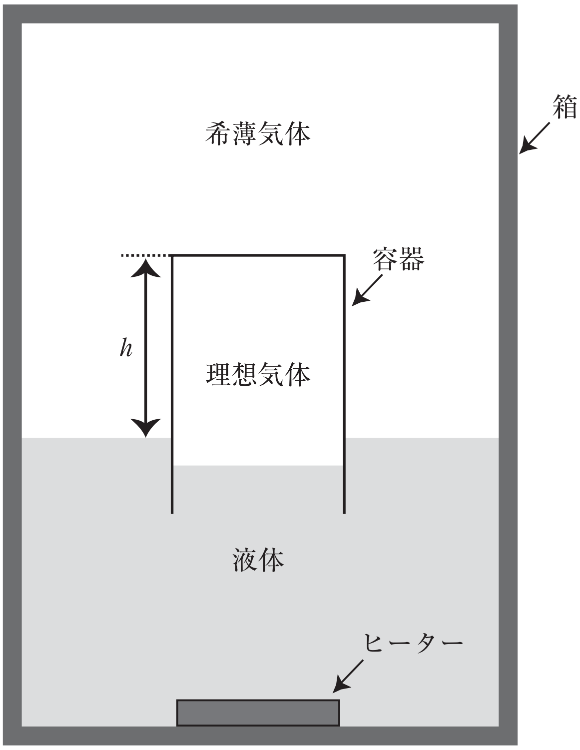

図1

(1) 容器にはたらく力について，鉛直方向に関しては，容器の内側の気体が容器の底面を押す力と容器にはたらく重力が，つり合っている。容器の内側の気体の圧力を求めよ。

(2) 容器の外と内の液面の高さの差の大きさを求めよ。

(3) 容器の内側の気体の温度を求めよ。

次に，液体の温度と容器の内側の気体の温度を等しく保ちながら，両者の温度をある温度になるまでゆっくり上昇させた。すると，円筒形の容器が鉛直に上昇し，容器外の液面から容器の底面までの高さが $h + \varDelta h$[m]の状態で静止して，図 2 の状態になった。その間，容器の内側の気体はすべて容器に閉じ込められたままであった。

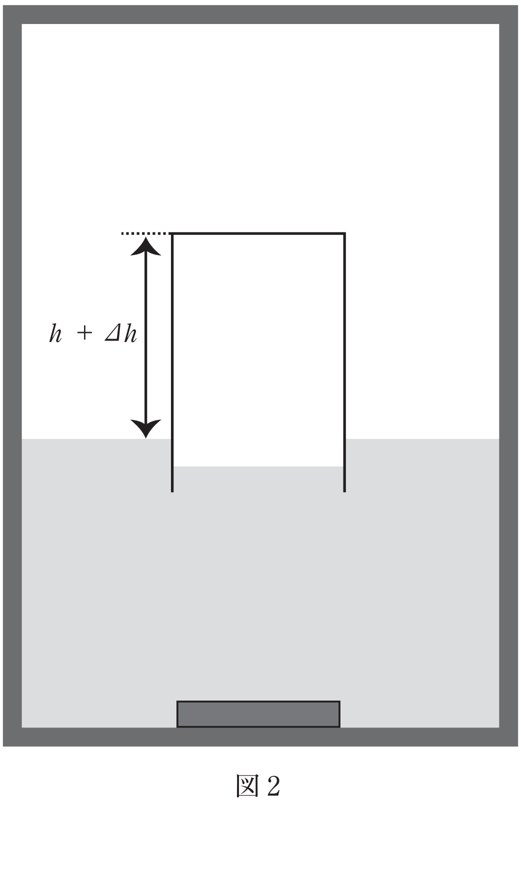

図 2

(4) 容器外の液面から容器の底面までの高さが $h + \mathit{\Delta} h$ の状態における，容器の外と内の液面の高さの差の大きさを求めよ。

以下の問(5)〜(9)では，容器外の液面から容器の底面までの高さが h から $h + \mathit{\Delta} h$ まで変わる状態変化について答えよ。

(5) この状態変化における，容器のもつ重力による位置エネルギーの変化の大きさを求めよ。

(6) この状態変化において，容器の内側の気体がした仕事の大きさを求めよ。

(7) この状態変化における，容器の内側の気体の温度の変化の大きさを求めよ。

(8) この状態変化における，容器の内側の気体の内部エネルギーの変化の大きさを求めよ。

(9) この状態変化において，容器の内側の気体が受け取った熱量の大きさを求めよ。