

'20

前期日程

# 数 学 問 題

(理工学部)

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書用紙と、問題文を含む5枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。
7. 解答用紙の裏面は計算等の下書に使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

# 下書用紙 (1)

# 下 書 用 紙 (2)

## 数 学

氏名

受験  
番号

1

$p, q$  を実数の定数とする。3次方程式  $x^3 + px^2 + qx + 1 = 0$  が虚数解  $\alpha$  と  $\frac{1}{\alpha}$  をもつとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $p = q$  が成り立つことを示せ。

(2) 定数  $p$  の値の範囲を求めよ。

(3)  $\alpha$  の実部  $s$ 、虚部  $t$  について  $s + 2t = -1$  が成り立つときの  $p$  の値を求めよ。

[ 解答欄 ]

得  
点

## 数 学

氏名

受験  
番号

2

数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  は次の条件によって定められている。

すべての自然数  $n$  に対して  $a_n, b_n$  はともに整数で,  $(3 + 2\sqrt{2})^n = a_n + \sqrt{2}b_n$

このとき以下の問いに答えよ。

- (1)  $a_1, b_1, a_2, b_2$  を求めよ。
- (2)  $a_{n+1}, b_{n+1}$  それぞれを,  $a_n$  と  $b_n$  を用いて表せ。
- (3)  $n$  を自然数とすると,  $(3 - 2\sqrt{2})^n = a_n - \sqrt{2}b_n$  を示せ。
- (4) 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$  を求めよ。

[ 解答欄 ]

得  
点

## 数 学

氏名

受験  
番号

3

四面体 OABC は次の 2 条件を満たすとする。

1.  $OA = OB = OC = 1$
2.  $\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ$ ,  $\angle BOC = 60^\circ$

辺 BC の中点を M, 辺 AC を  $t:(1-t)$  に内分する点を N とおき, 線分 AM と線分 BN との交点を P とおく。ただし,  $t$  は  $0 < t < 1$  を満たす実数とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $\overrightarrow{AP}$  を  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  および  $t$  を用いて表せ。
- (2)  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とするとき,  $\overrightarrow{BN}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  および  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $OP \perp BN$  のとき,  $t$  の値を求めよ。

[ 解答欄 ]

得  
点

## 数 学

氏名

受験  
番号

4

OB=10,  $\angle AOB = 90^\circ$  を満たす三角形 OAB を考える。このとき  $\frac{\sin \angle ABO}{AB^2}$  を最大にする OA の長さを求めよ。またそのときの  $\frac{\sin \angle ABO}{AB^2}$  の値を求めよ。

[ 解答欄 ]

得  
点

## 数 学

氏名

受験  
番号

5

$a$  を正の定数,  $e$  を自然対数の底とし,  $f(x) = \{x^2 - (a+1)x + 2a - 1\}e^{-x}$  とおく。以下の問いに答えよ。

(1) 関数  $f(x)$  が  $x \geq 0$  において最小値をもつように, 定数  $a$  の値の範囲を定めよ。ただし,  $x > 0$  のとき不等式  $e^x > \frac{x^3}{6}$  が成り立つことを用いてよいとする。

(2)  $a = \frac{1}{2}$  のとき, 定積分  $\int_0^1 |f(x)| dx$  を求めよ。

[ 解答欄 ]

得  
点