’21

帰国生選抜

数　学　問　題

（医　学　部）

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この『数学問題』を開いてはいけません。

2. この中には, 2 枚の下書用紙と, 問題文を含む 5 枚の解答用紙があります。

3. 試験開始後，直ちに, 二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。

4. 問題に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。

5. 氏名と受験番号は，すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。

6. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが，解答は各問題の下の解答欄に記入し，裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

7. 5 枚の解答用紙のみを回収しますので，この表紙と 2 枚の下書用紙は持ち帰ってください。

下　書　用　紙　(1)

下　書　用　紙　(2)

医 1

数　　　学

氏 名	

受験番号	

1 　$\triangle$OAB において，辺 AB 上に 2 つの点をとり，点 A に近い順にそれぞれ P, Q とする。線分 OP と線分 OQ は $\angle$AOB を 3 等分している。$\angle$AOP の大きさを θ とし，さらに線分 AP, 線分 PQ, 線分 QB の長さをそれぞれ x, y, z とする。このとき，$\sin\theta$ を x, y, z で表せ。

[解答欄]

得点	

数　　学

氏 名

受験番号

2　M, A, E, B, A, S, H, I の 8 文字を使ってできる文字列について, 次の問いに答えよ。ただし, A と A の 2 文字は区別せず, また, 8 文字のうち母音は A, E, I である。

(1) 8 文字すべてを使ってできる文字列はいくつあるか。

(2) 8 文字すべてを使ってできる文字列のなかで, A が隣り合うものはいくつあるか。

(3) 8 文字すべてを使ってできる文字列のなかで, どの母音も隣り合わないものはいくつあるか。

(4) M, A, E, B, S, H, I の 7 文字を 3 組に分ける方法は何通りあるか。ただし, 3 組の区別はしない。

[解答欄]

得点

数　　　学

氏 名	

受 験 番 号	

$\boxed{3}$ k と l は $0 < k < 1$, $0 < l < 1$ を満たす。$\triangle$OAB は 1 辺の長さが 1 の正三角形とし, 辺 OA を $k : (1-k)$ に内分する点を C, 辺 OB を $l : (1-l)$ に内分する点を D とする。O を通り直線 CD に垂直な直線と, 直線 AB との交点を E とする。E が線分 AB を $(1+m) : m$ に外分するとき, 次の問いに答えよ。ただし, $m > 0$ である。

(1) $k > 2l$ が成り立つことを示せ。

(2) m を k と l を用いて表せ。

(3) 直線 CD と直線 OE との交点を P とするとき, $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\,\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を満たす s を k と l を用いて表せ。

(4) $k = 3l$ のとき, 前問 (3) の s を l を用いて表せ。

[解答欄]

得 点	

医 4

数　学

氏名	

受験番号	

4　次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ について答えよ。n を正の整数とするとき,

$$a_1 = 1, \qquad b_1 = \sqrt{2}, \qquad a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, \qquad b_{n+1} = \frac{2a_nb_n}{a_n + b_n}.$$

(1) 不等式 $b_m < a_m$ を満たす正の整数 m をすべて求めよ。

(2) a_1, b_1, a_m, b_m, a_{m+1}, b_{m+1} の大小関係を不等号 $<$ を用いて表せ。ここで, m は 2 以上の整数である。

(3) n を正の整数とするとき, 不等式 $|a_n - b_n| < 2^{(1-2^n)}$ が成り立つことを証明せよ。

[解答欄]

得点	

数　学

氏 名	

受験番号	

5　a, b, c, d を実数の定数とするとき, すべての実数 x で定義された関数 $f(x)$ について, 次の問いに答えよ。

$$f(x)=\begin{cases} x & (x \leqq 0), \\ x^3+ax^2+bx+c & (0<x\leqq 1), \\ 0 & (1<x\leqq 2), \\ d\,e^{-\frac{1}{x-2}} & (x>2). \end{cases}$$

ここで, 任意の正の実数 X と任意の正の整数 n について, $e^X \geqq \dfrac{X^n}{n!}$ が成り立つことを使ってよい。

(1) 関数 $f(x)$ がすべての x で微分可能であるための, a, b, c, d についての必要十分条件を求めよ。

(2) a, b, c, d が上の (1) で与えられた必要十分条件を満たすとき, 関数 $f(x)$ の $x=0$, $x=1$, $x=2$ における微分係数をそれぞれ求めよ。

[解答欄]

得点	